

# Material Manipulável Estruturado versus Applet no desenvolvimento do Pensamento Algébrico ao nível do 1º Ciclo do Ensino Básico

Nuno Santos, Paulo Afonso & Henrique Gil

Escola Superior de Educação de Castelo Branco

Instituto Politécnico de Castelo Branco

Castelo Branco, Portugal

[nunomiguelsantos88@gmail.com](mailto:nunomiguelsantos88@gmail.com) , [paulo.afonso@ipcb.pt](mailto:paulo.afonso@ipcb.pt) , [hteixeiragil@ipcb.pt](mailto:h Teixeiragil@ipcb.pt)

**Abstract—** *This investigation was conducted in the framework of the master's degree in Preschool Education and teaching of the first cycle of basic education, with students of a class of third-year elementary schooling in a Castelo Branco elementary school. Through this study, we intend to examine whether digital technology improving the number of success cases and decision-making in solving mathematical tasks involving repetition patterns, compared the tasks solved by using the standard blocks. This research, comparative in nature, was based on a mixed approach (quantitative and qualitative) data processing level.*

*Our intervention was structured in 3 phases. In the first phase, the 23 students who made up the class solved 4 tasks with repeating patterns through a work record (repeating Patterns: ABAB, ABCABC, ABBABB e ABBCCABBCC). The responses of students, in the schedule of work, were analyzed through a holistic scale focused adaptation of [1], in which it was ranked each response between 0 to 2 points. From the ratings obtained by students, the class was divided into 2 homogenous groups. On the other hand, in the second phase, the students who were part of the Group (11 students) solved the same tasks using an applet, while students who comprised the Group B (12 students) solved the same tasks through manipulable material (standard blocks). To proceed to correction of the tasks of the group, we ran the ' screenshots ' to computer screens for each task. On the other hand, the answers of the students of Group B were analyzed using not only to work but also the photos of the compositions performed. In the third stage we proposed the same tasks, in which all students in the class, decided the issues through a worksheet.*

*After the data analysis we found that there were no statistically significant differences between the results obtained by the students who worked with the applet compared students who worked with manipulable materials. Although both groups of the 1st to the 3rd stage have improved substantially in terms of decision-making, as well as the number of replies considered assertive, but not so complete that work with the applet was better for the work with manipulable materials.*

**Keywords—** *Algebraic Thinking; mathematics; ICT; Manipulable Material; pattern blocks (key words)*

## I. INTRODUÇÃO

Esta investigação foi realizada no âmbito do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico, com alunos de uma turma do 3º ano de escolaridade do Ensino Básico numa Escola Básica de Castelo Branco. Através deste

estudo pretendemos analisar se a tecnologia digital melhoraria o número de casos de sucesso e as tomadas de decisão na resolução de tarefas matemáticas envolvendo padrões de repetição, comparativamente a tarefas resolvidas utilizando o material manipulável-blocos padrão. Esta investigação, de natureza comparativa, teve por base uma abordagem mista (quantitativa e qualitativa) ao nível do tratamento dos dados.

A nossa intervenção foi estruturada em 3 fases. Na 1ª fase, os 23 alunos que compunham a turma, resolveram 4 tarefas com padrões de repetição através de uma ficha de trabalho (Padrões de repetição: ABAB, ABCABC, ABBABB e ABBCCABBCC). As respostas dos alunos, na ficha de trabalho, foram analisadas através de uma adaptação da escala holística focada de [1], em que foi classificada cada resposta entre 0 a 2 pontos. A partir das classificações obtidas pelos alunos, a turma foi dividida em 2 grupos homogêneos. Por sua vez, na 2ª fase, os alunos que faziam parte do grupo A (11 alunos) resolveram as mesmas tarefas recorrendo a uma applet, enquanto que os alunos que compunham o grupo B (12 alunos) resolveram as mesmas tarefas através do material manipulável (blocos padrão). Para procedermos à correção das tarefas do grupo A, analisámos os 'printscreens' aos ecrãs dos computadores para cada tarefa. Por sua vez, as respostas dos alunos do grupo B foram analisadas recorrendo não só às fichas de trabalho, mas também às fotografias das composições realizadas. Na 3ª fase propusemos as mesmas tarefas, em que todos os alunos da turma, resolveram as questões através de uma ficha de trabalho.

Após a análise de dados verificámos que não existiam diferenças estatisticamente significativas entre os resultados obtidos pelos alunos que trabalharam com a *applet* comparativamente aos alunos que trabalharam com os materiais manipuláveis. Atentámos ainda que ambos os grupos da 1ª para a 3ª Etapa melhoraram substancialmente ao nível da tomada de decisão, bem como ao número de respostas consideradas assertivas, não podendo assim concluir que o trabalho com a *applet* foi melhor relativamente ao trabalho com os materiais manipuláveis.

## II. O PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS PRIMEIROS ANOS DE ESCOLARIDADE

Para [2], bem como para [3] e [4], o pensamento algébrico está relacionado com o pensamento de estruturas, nomeadamente através da compreensão de relações e funções, na simbolização através da representação e análise de estruturas matemáticas com recurso a símbolos algébricos e também na modelação. [5], [6] e [7] reforçam esta noção, relacionando o pensamento algébrico com o conceito de generalização. [7] salienta que “(...) o foco do pensamento algébrico está na actividade de generalizar (...)” (p. 87).

Assim, é importante centrarmos a nossa atenção, remetendo o conceito de pensamento algébrico para os primeiros anos de escolaridade. O [2], no seu documento, Orientações curriculares, Princípios e Normas para a Matemática Escolar, tal como [7] destacam a álgebra como sendo um tema transversal. No seu documento, o [2], definiu 4 eixos centrais para todos os programas da Educação Pré-Escolar ao 12º ano:

- “- Compreender padrões, relações e funções;
- Representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos;
- Usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas;
- Analisar a variação em diversos contextos” (p. 104).

O [2], defende que o ensino da álgebra é progressivo, devendo ser adequado à faixa etária das crianças. Enquanto professores consideramos ser importante tornar a álgebra acessível a todos os alunos. Consideramos que os padrões poderão ser uma excelente forma de abordar o pensamento algébrico nos primeiros anos de escolaridade.

## III. AS TECNOLOGIAS – APPLETS - E O PENSAMENTO ALGÉBRICO

A sociedade está em permanente alteração e estas mudanças são também fruto do desenvolvimento de tecnologias digitais. A escola, como parte da sociedade, não é imune a essas modificações. Nesta perspetiva, pensamos que é pertinente integrar das novas tecnologias na disciplina de Matemática.

Recentrando o tema no pensamento algébrico, [8], consideram que os currículos ao nível da álgebra têm que se adaptar a essas mudanças. Efetivamente, o avanço da tecnologia poderá ser promotor da aprendizagem ao nível da álgebra sem que haja mudanças drásticas nos currículos. Nesta perspetiva, a tecnologia poderá assumir-se como uma ferramenta da maior utilidade na melhoria da compreensão dos alunos ao nível da álgebra. Para além disso, poderá também influenciar ao nível da motivação dos alunos com o objetivo de desenvolver o gosto pela Matemática. [9] já defendiam esta posição, considerando que na área da matemática, as tecnologias digitais são cada vez mais consideradas como instrumentos de enorme valor na exploração e valorização dos raciocínios matemáticos. Também o [2], salienta que novas oportunidades poderão advir da Tecnologia, nomeadamente ao nível dos desafios matemáticos, através da multiplicidade de formas de representação que potencia, uma vez que amplia de forma significativa o número de problemas acessíveis aos alunos e pelo feedback que dá.

Nesta investigação, utilizámos uma *applet* disponível no site do NCTM em: <http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3577>.

Incidimos, o nosso estudo nesta *applet*, não só por ser recomendada pelo NCTM, mas também porque consideramos que poderá contribuir para trabalhar os conceitos matemáticos que pretendemos de forma interativa. A nossa perspetiva vai de encontro com [10], que consideram que as *applets* podem contribuir “para a visualização dos conceitos matemáticos, exploração de situações contextualizadas (incluindo contextos puramente matemáticos), e cobrir o hiato entre o conhecimento informal e a matemática formal” (p. 2). [11] centraliza as questões das *applets* no pensamento algébrico quando defende que os progressos tecnológicos, como as dinâmicas e interatividade, bem como as diversas formas de representação do mesmo conteúdo matemático, permite esclarecer e alterar perspetivas relativas à aprendizagem de conceitos algébricos.

Na Figura 1 apresentamos o ‘printscreen’ da *applet* a que recorremos:



Figura 1. ‘printscreen’ da *applet* utilizada no estudo

## IV. PROBLEMA E OBJETIVOS DO ESTUDO

É nossa convicção que as *applets*, assim como os recursos digitais no âmbito das TIC, poderão ter uma grande influência no processo de Ensino-Aprendizagem. Quando selecionámos este tema para a nossa investigação, foi nossa pretensão perceber de que forma a tecnologia poderia melhorar o número de casos de sucesso na resolução de atividades envolvendo padrões de repetição relativamente a atividades resolvidas recorrendo aos blocos padrão, mas também compreender de que forma a tecnologia poderia contribuir para que os alunos justificassem as suas tomadas de decisão na resolução de atividades envolvendo padrões de repetição relativamente a atividades resolvidas com recurso aos blocos padrão. Nesta medida, consideramos que a *applet* em que incidiu o nosso estudo é um meio diferenciado de apresentação de atividades a realizar no âmbito de sala de aula. A Matemática, por vezes, não é vista com agrado pelos alunos e pensamos que a utilização deste recurso pode ser uma ferramenta que contrarie essa tendência. Nesta perspetiva, definimos como tema: «A influência da tecnologia digital no desenvolvimento do pensamento algébrico». Para o qual formulámos as seguintes questões problema:

- A tecnologia digital contribui para que os alunos justifiquem as suas tomadas de decisão na resolução de tarefas envolvendo padrões de repetição, comparativamente com tarefas

resolvidas com recurso ao material manipulável-blocos padrão?

- A tecnologia digital melhorará o número de casos de sucesso na resolução de tarefas matemáticas envolvendo padrões de repetição, comparativamente com tarefas resolvidas com recurso ao material manipulável-blocos padrão?

De forma a dar resposta às questões problema que estruturámos definimos os seguintes objetivos:

- Averiguar as estratégias utilizados pelos alunos, nas respostas consideradas corretas, para descrever e dar continuidade a padrões e regularidades, antes da utilização das TIC e após a utilização das TIC.

- Averiguar as estratégias utilizados pelos alunos, nas respostas consideradas corretas, para descrever e dar continuidade a padrões e regularidades, antes da utilização dos materiais manipuláveis-blocos padrão e após a utilização dos materiais manipuláveis blocos padrão.

- Constatar a evolução verificada nos dois grupos em relação ao número de casos de sucesso na resolução de tarefas matemáticas.

Esta investigação procurou desenvolver o pensamento algébrico através das tecnologias digitais, assim como desenvolver o pensamento algébrico através dos materiais manipuláveis.

## V. METODOLOGIA

Esta investigação, de natureza comparativa, assentou numa abordagem mista (quantitativa e qualitativa) de tratamento dos dados. Destaca-se o paradigma naturalista, não descuidando, a perspetiva positivista. Durante as opções metodológicas, considerámos a perspetiva de [12] que defendem uma flexibilidade na seleção de paradigmas, mais do que uma aderência servir a um único paradigma, tendo em conta os objetivos e questões problema definidos. Assim, durante a investigação, comparámos dois grupos homogêneos de uma mesma turma de 23 alunos do 3º ano do 1º Ciclo do Ensino Básico de uma Escola Básica da Cidade de Castelo Branco.

Da análise às respostas dadas por cada aluno numa prova de diagnóstico relacionada com o pensamento algébrico, sem que os alunos tivessem tido qualquer tipo de abordagem prévia ao tema dos padrões e regularidades, adveio a equivalência dos dois grupos. As respostas dadas pelos alunos foram analisadas através da adaptação da escala Holística focada de [1], sendo atribuído uma pontuação de 0 a 2 pontos.

A resposta era classificada com 0 pontos, quando apresentava as seguintes características:

- Estava em branco;

- A resposta estava claramente incorreta;

A resposta era cotada com 1 ponto quando:

- A resposta do aluno não era clara e desta forma, não poderia ser atribuída uma classificação de 0 ou de 2 pontos;

Quando as respostas eram avaliadas com 1 ponto, um dos investigadores entrevistava o aluno, com o objetivo de entender de forma clara a estratégia utilizada pelo aluno.

A resposta era classificada com 2 pontos, quando:

- O aluno respondeu de forma clara.

- A resposta continha uma justificação clara que demonstrava a forma como o aluno tinha pensado.

Tendo em conta as classificações obtidas, definiram-se quatro níveis (Muito Bom, Bom, Razoável e Fraco) em que os intervalos pontuais foram os seguintes: Muito Bom- [27,32], Bom- [21,26], Razoável- [15,20] e Fraco- [0,14]. As 23

classificações organizaram-se da seguinte forma: aleatoriamente 4 dos 9 Muito Bons, 5 dos 9 Bons, 1 dos 3 razoáveis e 1 dos 2 fracos integraram o grupo A, que mais tarde iria trabalhar com a componente informática, os restantes 12 (Grupo B) iriam recorrer aos materiais manipuláveis-Blocos Padrão na 2ª fase do estudo. Na figura 2 podemos observar um aluno do grupo B a resolver as tarefas com recurso aos Blocos-Padrão e na figura 3 podemos observar um aluno do grupo A a utilizar a *applet*.

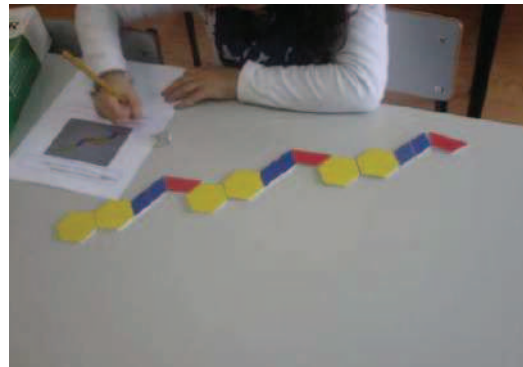


Figura 2. Aluna a resolver as tarefas com o material manipulável

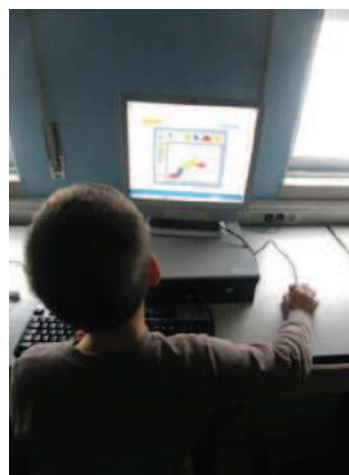


Figura 3. Resolução de tarefas através da *applet*

A homogeneidade dos grupos foi atestada através da análise à normalidade da amostra, assim como recorrendo ao teste de hipóteses adequado: Shapiro-wilk e o teste U de Mann-Whitney.

Na fase final, os 23 alunos realizaram as mesmas tarefas em suporte de papel, sem utilizarem os materiais manipuláveis e a *applet*. Pretendíamos verificar se os alunos melhoravam ao nível do pensamento algébrico da 1ª fase para a 3ª fase. Ao longo do processo, apenas distribuímos as folhas de tarefas e os materiais aos estudantes. Intervimos somente com o grupo B, de forma a que os alunos conhecessem o funcionamento da *applet*. É importante referir que não demos qualquer feedback sobre as estratégias e classificações aos alunos durante a investigação.

Após terminarmos a recolha de dados, implementámos duas sessões com a turma em que todos os alunos contactaram com os materiais manipuláveis e com a aplicação informática.



## VI. ANÁLISE DE DADOS

A análise dos dados foi realizada após cada fase do estudo, tendo em conta todos os intervenientes. Para a realização da análise estatística dos dados recorreremos ao programa computadorizado Office Excel e ao pacote estatístico SPSS 23.0.

Tal como referimos na metodologia, com base nos resultados obtidos pelos alunos na 1ª etapa, de forma aleatória 4 dos 9 Muito Bons, 5 dos 9 Bons, 1 dos 3 razoáveis e 1 dos 2 fracos constituíram um grupo que trabalhou com a componente informática (Grupo A), os restantes 12 trabalharam com os Materiais- Blocos Padrão (Grupo B). Como a dimensão da amostra era relativamente pequena seleccionámos o teste de Shapiro-Wilk de forma a testar a normalidade da amostra para os dois grupos. Definimos para  $\alpha$  as seguintes hipóteses: H0: A distribuição é normal ( $\alpha=0,05$ ). H1: A distribuição não é normal ( $\alpha=0,05$ ). Relativamente ao grupo A, obtivemos um *p-value* de 0,015, isto é, inferior a 0,05. Assim, existiam condições para rejeitar a hipótese nula, logo a distribuição não tem tendência normal. Relativamente ao grupo B, o *p-value* obtido foi de 0,007 e assim considerámos que existiam condições para rejeitar a hipótese nula e assim a distribuição não tem tendência normal. Como a distribuição não tinha tendência normal, considerámos um teste de hipóteses não paramétrico de forma a verificar se os grupos são homogéneos. Para atestar a homogeneidade dos dois grupos, seleccionámos o teste não paramétrico U de Mann-Whitney. Assim, definimos as seguintes hipóteses: H0: Não existem diferenças significativas entre as médias dos dois grupos ( $\alpha=0,05$ ); H1: Existem diferenças significativas entre as médias dos dois grupos ( $\alpha=0,05$ ). Como obtivemos um *p-value* de 0,803, superior a  $\alpha$ , não existem condições para rejeitar a hipótese nula pelo que admitimos que os grupos são equivalentes.

Na 2ª fase do estudo, verificámos que o grupo que trabalhou com a *applet* obteve classificações muito positivas, verificando-se 10 alunos, num nível muito bom e um aluno obteve a classificação de bom. Relativamente ao grupo que trabalhou com o material manipulável constatámos alguma evolução, registando-se 8 alunos com uma classificação de Muito Bom, 2 alunos com um nível de Bom e 2 alunos com um nível Razoável.

Por sua vez, na 3ª fase, os 11 alunos que faziam parte do grupo que trabalhou com a *applet* obtiveram uma classificação de Muito Bom. Analogamente, verificámos que os alunos do grupo que trabalhou com o material manipulável obtiveram 11 Muito Bons, 1 Bom. Nesta fase fez-se o estudo da normalidade das amostras. Definimos assim as seguintes hipóteses: H0: A distribuição é normal; H1: A distribuição não é normal. No caso do grupo que utilizou a *applet*, como as classificações foram, constantes (Muito Bom) a distribuição não tinha tendência normal. Relativamente ao grupo que utilizou os materiais manipuláveis, como o *p-value* obtido foi de 0,000, isto é inferior a 0,05, existem condições para rejeitar a hipótese nula, logo a distribuição também não tem tendência normal.

Como a distribuição dos dois grupos não tinha tendência normal, seleccionámos um teste não paramétrico, de forma a apurar se os grupos se mantinham homogéneos na 3ª etapa. Para atestar a homogeneidade dos dois grupos, optámos pelo teste não paramétrico de Mann-Whitney. Definimos assim as seguintes hipóteses: H0: Não existem diferenças significativas entre as médias dos dois grupos ( $\alpha=0,05$ ); H1: Existem diferenças significativas entre as médias dos dois grupos ( $\alpha=0,05$ ). Como o *p-value* obtido foi de 0,166, isto é superior a 0,05 não existiam condições para rejeitar a hipótese nula pelo que admitimos que os grupos eram equivalentes também na 3ª etapa. Desta forma não podemos afirmar com confiança estatística que quem trabalhou com a *applet* obteve melhores resultados, relativamente a quem trabalhou com os materiais manipuláveis ou vice-versa.

Posteriormente analisámos a classificação dos dados intragrupos, comparando os resultados da 1ª e da 3ª fase. De forma a determinar se se existiam diferenças significativas no grupo que trabalhou com a *applet* (grupo A) entre a 1ª fase e a 3ª fase. Assim, formulámos as seguintes hipóteses: H0: Não há diferenças estatisticamente significativas entre a 1ª e a 3ª fase relativamente ao grupo A ( $\alpha=0,05$ ); H1: Há diferenças estatisticamente significativas entre a 1ª e a 3ª fase relativamente ao grupo A ( $\alpha=0,05$ ). Neste caso, utilizámos o teste não paramétrico de comparação de médias de Wilcoxon para amostras emparelhadas. Como o *p-value* obtido foi de 0,007, isto é inferior a 0,05, existem condições para rejeitar a hipótese nula, logo há diferenças entre a 1ª e a 3ª fase em relação ao grupo A.

De forma a determinar se existiam diferenças significativas no grupo que trabalhou com os materiais manipuláveis (grupo B) entre a 1ª fase e a 3ª fase, formulámos as seguintes hipóteses: H0: Não há diferenças entre a 1ª e a 3ª etapa relativamente ao grupo B ( $\alpha=0,05$ ); H1: Há diferenças entre a 1ª e a 3ª etapa relativamente ao grupo B ( $\alpha=0,05$ ). Tal como anteriormente optámos pelo teste de Wilcoxon para amostras emparelhadas. Como obtivemos um *p-value* de 0,007, isto é inferior a 0,05, existiam condições para rejeitar a hipótese nula, logo considerámos haver diferenças entre a 1ª e a 3ª fase relativamente ao grupo B, que trabalhou com o material manipulável.

Neste estudo foi também nossa pretensão fazer uma análise relativamente às justificações e tomadas de posição dos alunos. Nesta perspetiva, procurámos identificar estratégias utilizadas na generalização «mais» próxima, numa primeira fase e posteriormente na generalização «próxima». Ao nível da 1ª fase verificámos que os alunos do grupo A recorreram a 7 estratégias distintas para justificar as suas tomadas de posição. Na 1ª fase, para a generalização «mais» próxima, os alunos do grupo que trabalhou com a *applet* (Grupo A) recorreram a 5 estratégias, destacando-se a estratégia de «contagem peça a peça». Por outro lado, os alunos perante as tarefas que implicavam generalização próxima, ainda na 1ª fase, recorreram também a 5 estratégias, sendo 3 iguais às da generalização «mais» próxima («contagem peça a peça», «relação com múltiplo» e «identificação do módulo de repetição»). Nas duas tipologias de generalização destacou-se

a estratégia de «contagem peça a peça» como sendo a de maior frequência absoluta. Já em relação à 3ª fase, os sujeitos do grupo A recorreram a um total de 8 estratégias distintas. Para a generalização «mais» próxima, das 6 estratégias utilizadas, a estratégia de «contagem peça a peça» registou a maior frequência absoluta, assim como nas tarefas envolvendo generalização próxima.

Por sua vez, constatámos que na 1ª fase os alunos do grupo B recorreram a 5 estratégias distintas para justificar a sua tomada de decisão, para as duas generalizações. Nesta fase, para a generalização «mais» próxima, os alunos deste grupo utilizaram 4 estratégias para justificar a sua tomada de decisão, evidenciando-se a estratégia de «contagem peça a peça» com maior frequência absoluta. Verificámos ainda, que estes sujeitos perante as tarefas que implicavam generalização próxima, ainda na 1ª fase, recorreram a 4 estratégias, voltando a ser a estratégia de «contagem peça a peça» igualmente a que registou maior frequência. Relativamente à 3ª fase, constatámos que os alunos do grupo B, utilizaram 7 estratégias distintas para justificar a sua tomada de posição no total das duas generalizações. Nesta fase e no que respeita à generalização «mais» próxima, os sujeitos recorreram a 4 estratégias, destacando-se a estratégia de «contagem peça a peça» com maior frequência absoluta. Também na mesma fase, para a generalização próxima, registámos 6 estratégias distintas nas respostas dos alunos que compunham o grupo B, destacando-se a estratégia de «contagem peça a peça».

## VII. CONCLUSÕES

Antes de apresentarmos as principais conclusões do estudo, importa destacar que os resultados obtidos ficam confinados aos sujeitos do estudo, não sendo nossa pretensão fazer qualquer tipo de generalização. Ao analisarmos as respostas dos alunos do grupo A e do Grupo B na 1ª e na 3ª fase do estudo para a generalização «mais» próxima e para a generalização próxima constatámos que a estratégia de «contagem peça a peça» foi a mais utilizada pelos alunos para justificarem as suas opções. Apurámos, também, que os sujeitos dos dois grupos obtiveram classificações relativamente uniformes na 3ª fase. Para chegarmos a esta conclusão, utilizámos o teste estatístico não paramétrico U de Mann-Whitney, já que a distribuição não tinha tendência normal. Através do teste, verificámos que não havia diferenças estatisticamente significativas entre as médias dos dois grupos na 3ª fase, não podendo desta forma declarar que o trabalho com a aplicação informática tinha sido melhor que o trabalho com o material manipulável-blocos padrão.

Assim, aconselhamos ambas as ferramentas para desenvolver o pensamento algébrico, já que o teste estatístico

utilizado para comparar as classificações obtidas pelos alunos dos dois grupos na 1ª e na 3ª Etapa, permitiu-nos verificar que existiam diferenças estatisticamente significativas entre a 1ª e a 3ª fase do estudo.

Averiguámos ainda, recorrendo ao teste estatístico de Wilcoxon, que os alunos dos dois grupos evoluíram as suas classificações de forma significativa da 1ª para a 3ª fase do estudo.

Este estudo permitiu concluir, através do teste estatístico não paramétrico U de Mann-Whitney realizado na 3ª fase, que não existiram diferenças significativas entre as médias dos dois grupos, verificando assim, que os grupos eram equivalentes.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] R. Charles, F. Lester, and P. O'Daffer, "How to evaluate progress in problem solving". Reston, VA: NCTM, 1987.
- [2] NCTM, "Princípios e Normas para a Matemática Escolar". Lisboa: APM, 2007.
- [3] A. Borralho and E. Barbosa, "Exploração de padrões e pensamento algébrico". In I. Vale and A. Barbosa (Orgs.), *Patterns: multiple perspectives and contexts in mathematics education (Projeto Padrões)* (pp. 59- 68). Viana do Castelo: Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Viana do Castelo, 2009.
- [4] I. Vale and T. Pimentel, "Padrões em matemática: uma proposta didática no âmbito do novo programa para o ensino básico". Lisboa: Texto, 2011.
- [5] M. Blanton, and J. Kaput, "Characterizing a classroom practice that promotes algebraic thinking". *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 36, ed. 5, 2005, pp. 412-446.
- [6] J. Kaput, "Teaching and learning a new algebra with understanding". In E. Fennema and T. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding*. Mahwah, NJ: Erlbaum, 1999, pp. 133-135.
- [7] A. Canavaro, "O pensamento Algébrico na aprendizagem da matemática nos primeiros anos". *Quadrante*, vol. XVI, nº2, 2007, pp. 81-118.
- [8] K. Stacey and H. Chick, "Solving the problem with algebra". In K. Stacey, J. Chick and M. Kendal (Eds.) *The future of the teaching and learning of algebra: the 12th ICMI study*. Boston: Kluwer Academic, 2004, pp. 1-20.
- [9] J. Ponte and A. Canavaro, "Matemática e novas tecnologias". Lisboa: Universidade Aberta, 1997.
- [10] A. Heck, P. Boon, C. Bokhove and G. Koolstra, "Applets for learning school algebra and calculus: experiences from secondary school practice with an integrated learning environment for mathematics". 1st JEM Workshop, Lisbon, 2007 [Online]. Available: [http://uu.academia.edu/ChristianBokhove/Papers/219885/Applets\\_for\\_Learning\\_School\\_Algebra\\_and\\_Calculus](http://uu.academia.edu/ChristianBokhove/Papers/219885/Applets_for_Learning_School_Algebra_and_Calculus)
- [11] J. Duarte, "Tecnologias para desenvolver o pensamento algébrico". Atas do Congresso Internacional ticEDUCA, 2012, pp. 1927-1944.
- [12] L. Cohen, L. Manion and K. Morrison, "The context of educational research". In L. Cohen, L. Manion and K. Morrison (Orgs.), *Research methods in education*, London: Routledge Falmer, 2000, pp. 1-2.